Informatique théorique III
Série 6

Prof. Nestmann, 2004

1. Myhill-Nerode

Soit l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$.

1. (a) Définir un AFD M_3 qui accepte le langage $L_3 \triangleq \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N} \wedge n \leq 3\}$.
   (b) Décrire les classes d'équivalence de $\equiv_{M_3}$ par des expressions régulières.
   (c) Décrire les classes d'équivalence de $\equiv_{L_3}$ par des expressions régulières.
   (d) Comparer le nombre d'états de M_3 et de $M_{\equiv_{L_3}}$.
2. Montrer que le langage $L \triangleq \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ n'est pas régulier, en utilisant le théorème de Myhill-Nerode.

□

2. Algorithme de minimisation

Soit Σ un alphabet. On note, pour $n \in \mathbb{N}$, $\Sigma_{\leq n} = \{u \in \Sigma^* \mid |u| \leq n\} = \bigcup_{0 \leq i \leq n} \Sigma^i$.

Soit $M = (Q, \Sigma, \delta, s, F)$ un AFD. Pour $n \in \mathbb{N}$, on définit la relation $\sim_n$ sur Q par :

$$q \sim_n q' \Leftrightarrow (\forall u \in \Sigma_{\leq n} : \widehat{\delta}(q, u) \in F \Leftrightarrow \widehat{\delta}(q', u) \in F)$$

1. Montrer que
$$\forall n \in \mathbb{N} : \sim_{n+1} \subseteq \sim_n$$
2. Montrer que
$$\forall n \in \mathbb{N} : \forall q, q' \in Q : q \sim_{n+1} q' \Leftrightarrow \begin{cases} q \sim_n q' \\ \forall a \in \Sigma : \delta(q, a) \sim_n \delta(q', a) \end{cases}$$
3. On suppose maintenant qu'il existe $n_0 \in \mathbb{N}$ tel que $\sim_{n_0+1} = \sim_{n_0}$.
   Montrer que
$$\forall k \in \mathbb{N} : \sim_{n_0+k} = \sim_{n_0}$$
   en utilisant le résultat précédent.
4. Montrer qu'il existe $n_0 \in \mathbb{N}$ tel que $\sim_{n_0+1} = \sim_{n_0}$ par un simple raisonnement combinatoire.

On a donc montré dans cet exercice que $\sim = \bigcap_{n \in \mathbb{N}} \sim_n = \sim_{n_0}$ pour n_0 tel que $\sim_{n_0+1} = \sim_{n_0}$.

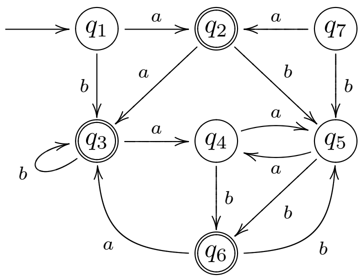
Remarquer en outre que $\sim = \approx_M$. Cet exercice donne donc un moyen de calculer $\approx_M$ en partant de $\sim_0$ et en itérant le procédé de la deuxième question jusqu'à arriver à $\sim_{n_0}$.

□

3. Minimisation d'automate anticonstitutionnelle

Minimiser l'AFD M donné par :

$\Sigma = \{a, b\}$
$Q = \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7\}$



□