Informatique théorique III
Série 9

Prof. Nestmann, 2004

1. Formes normales

Soit $G = (\{S, A, B, C, D, E\}, \{a, b\}, P, S)$ avec P tel que :

$$S \to aAa \mid bBb \mid \epsilon \qquad A \to C \mid a \qquad B \to C \mid b$$
$$C \to CDE \mid \epsilon \qquad D \to A \mid B \mid ab$$

1. Éliminer les $\epsilon-$productions,
2. puis éliminer les productions unitaires,
3. puis éliminer les symboles inutiles,
4. et mettre la grammaire résultante sous forme normale de Chomsky.
5. Comment auriez-vous pu vous simplifier la tâche ? □

2. Forme anormale ?

Confirmer ou infirmer la proposition suivante par une preuve.

Proposition 2.1 *Tout langage non-contextuel L démuni du mot vide admet une grammaire $G = (V, \Sigma, P, S)$ telle que $\mathrm{L}(G) = L$ et dont ses productions sont uniquement de la forme*

1. *$A \to BCD$, avec $A, B, C, D \in V$ ou*
2. *$A \to a$, avec $A \in V, a \in \Sigma$.* □

3. Langages non algébriques

Montrer que les langages suivants ne sont pas algébriques.

1. $L_1 = \{a^i \mid i \text{ est un nombre premier}\}$
2. $L_2 = \{a^i b^j c^k \mid i < j < k\}$ □

4. Forme normale de Chomsky (bis repetita)

Dans la série 8, on a obtenu la grammaire $G = (V, \Sigma, P, S)$ avec les symboles non-terminaux :

$$V = \{S, [q_0 a q_0], [q_0 b q_0], [q_0 \bullet q_0], [q_0 a q_1], [q_0 b q_1], [q_0 \bullet q_1], [q_1 a q_1], [q_1 b q_1], [q_1 \bullet q_1]\}$$

et avec les règles de productions :

$$S \to [q_0 \bullet q_0] \qquad S \to [q_0 \bullet q_1]$$
$$[q_0 \bullet q_0] \to a[q_0 a q_0][q_0 \bullet q_0] \qquad [q_0 \bullet q_0] \to b[q_0 b q_0][q_0 \bullet q_0] \qquad [q_0 a q_0] \to a[q_0 a q_0][q_0 a q_0]$$
$$[q_0 \bullet q_1] \to a[q_0 a q_0][q_0 \bullet q_1] \qquad [q_0 \bullet q_1] \to b[q_0 b q_0][q_0 \bullet q_1] \qquad [q_0 a q_1] \to a[q_0 a q_0][q_0 a q_1]$$
$$[q_0 \bullet q_1] \to a[q_0 a q_1][q_1 \bullet q_1] \qquad [q_0 \bullet q_1] \to b[q_0 b q_1][q_1 \bullet q_1] \qquad [q_0 a q_1] \to a[q_0 a q_1][q_1 a q_1]$$
$$[q_0 a q_0] \to b[q_0 b q_0][q_0 a q_0] \qquad [q_0 b q_0] \to a[q_0 a q_0][q_0 b q_0] \qquad [q_0 b q_0] \to b[q_0 b q_0][q_0 b q_0]$$
$$[q_0 a q_1] \to b[q_0 b q_0][q_0 a q_1] \qquad [q_0 b q_1] \to a[q_0 a q_0][q_0 b q_1] \qquad [q_0 b q_1] \to b[q_0 b q_0][q_0 b q_1]$$
$$[q_0 a q_1] \to b[q_0 b q_1][q_1 a q_1] \qquad [q_0 b q_1] \to a[q_0 a q_1][q_1 b q_1] \qquad [q_0 b q_1] \to b[q_0 b q_1][q_1 b q_1]$$
$$[q_0 \bullet q_1] \to [q_1 \bullet q_1] \qquad [q_0 a q_1] \to [q_1 a q_1] \qquad [q_0 b q_1] \to [q_1 b q_1]$$
$$[q_1 a q_1] \to a \qquad [q_1 b q_1] \to b \qquad [q_1 \bullet q_1] \to \epsilon$$

Transformer cette grammaire afin de trouver une grammaire sous forme normale de Chomsky générant $\mathrm{L}(G) \setminus \{\epsilon\}$.